Tractatus

(Leipzig, M. Landsberg, ca. 1495)

Nachträge zu Hain 351 Selten

Accessions

Shelf No. Q.H05.58

SICUT PATRIBUS SIT DEUS NOBIS
CIVITATIS REGIMINE DONATA A.D. 1822
BOSTONIA CONDITA, A.D. 1830.

NATH. BOWDITCH, OB. MAR. XVI. MDCCCXXXVIII

BOSTON PUBLIC LIBRARY

FROM THE

Bowditch Fund.

Rec'd

Heliotype Printing Co.

(60)

ch

85

Hm Arch 351

Tractatus Proportiõnũ plusquam Aureus.

Bowditch

Aug. 29. 1936

T

Q. Noniam autem maximam Profūdissimāqz eam esse disciplinaz. nemo dubitat: que ad omnem nature vim rerumqz integritatem maxima ratione pertineat Sciētiaz aūt huiusmodi proportionū esse primo Arithmetice Boe. comprobat Quis igitur illam ipsam: que non solum ad ꝓportiōes motuum. aliarūqz rerum inter se ꝓportionabilium Sed (vt alibi dicitur) ad tocius philozophie secreta ⁊ ardua negotia prestat inestimabile iuuamētū nobilissimā atz fructuosissimā esse ignorat Magnꝰ q̄ppe. dicit Boe. in hac sciētia fructꝰ est. vt ergo studiosi in vlteriorem huiuscemodi artis excitentur inquisitionem. ꝑutile. est aliqua ꝑ illius manuali introductione de ꝓportionibꝰ dicere Et primo diffinitiue Scdo diuisiue Tertio quid sit denominatio ꝓportionis Quarto quid ꝓportionalitas Quinto et vltimo. quid sit ꝓportionem ꝓportioni addere et ꝓportionem a ꝓportione subtrahere vel quomōlibet aliter diuidere Est igitur primo ꝓportio ßm Euclidem. diffinitione tercia quinti elementorū: duarū quantecunqz sint eiusdē generꝭ quantitatū certa alteriꝰ ad alterā habitudo. Et qꝛ non solum in quātitatibꝰ reperitur ꝓportio. sed et in ponderibus: potencijs ⁊ sonis In pōderibus quidem et potentijs vult plato in thīeo esse ꝓportionē vbi elementorū numerū ostendit. In sonis aūt esse ꝓportionem liquet ex Musica Nam vt vult Boe. in quarto sue musice Si quilibet neruꝰ in duas inequales diuidatur partes erit ip̄arum parciū suorꝫ sonorum: eadem conuerso modo ꝓportio Quare

Campanus super eadem diffinitione Aliam ꝓpor
tionis ponit diffinitionē dicens Proportio est ha-
bitudo duarum reꝝ eiusdē generꝭ ad inuicē in eo ꝙ
earū altera maior: aut mīor est reliqua vel sibi equa
lis. Ex qua diffinitione colligitur ꝙ non solum in
quantitatibus sed etiam in alijs rebꝰ vt dictū est re-
peritur ꝓportio Sed tñ in quibuscūqꝫ ꝓportio re-
peritur: ea ꝑticipāt naturā ꝓprietatemqꝫ quanti-
tatis: non em̄ reperitur in aliquibus rebus duabꝰ
nisi in eo ꝙ earū vna est reliqua maior aut minor:
aut sibi equalis Quātitatꝭ aūt ꝓpriū ē ſm ip̄aꝫ eq̄le
vel ineq̄le dici vt vult Arestoteles in predicamentꝭ
Vnde liquet ꝓportionem in quātitate reperiri. et
per ipsam in omnibus alijs. nec esse in aliquibꝰ re-
bus ꝓportionem cui similis non sit in aliquibꝰ q̄ti
tatibus. ꝓpter qđ ergo bñ dicit Euclides ꝓporti-
onem simpliciter esse in quantitate quādo eaꝫ diffi
nit ꝑ habitudinem duarum quātitatum eiusdeꝫ ge
neris ad inuicem: que scꝫ attēditur in eo ꝙ vna ea-
rum est maior aut minor alia vel sibi equalis. ex q̄
patet ꝙ oportet eas esse eiusdē generis: vt duos nu
meros: aut duas lineas: aut duas superficies: aut
duo corpora: aut duo loca: aut duo tempora. Nō
em̄ potest dici Numerꝰ maior aut minor linea Ne
qꝫ linea maior aut minor suꝑficie aut corpore Nec
tempus loco Sed nunerus nūero. linea linea et suꝑ
ficies suꝑficie. Sola em̄ vniuoca compabilia sunt
vt dicit campanus: ibidem Quod aūt in diffiniti-
one certa habitudo dicitur. quasi nota vel scita mi
nime intelligi debet. sed quasi determīata: vt sit sen
sus. ꝓportio est determinata habitudo duarū quā-
titatū. ita inquam determinata. ꝙ hec ⁊ non alia
Non em̄ est necessarium vt omnis habitudo duaꝝ

quantitatum. sit scita a nobis. nec etiam a natura Hinc pro secundo ppōrtionis prima sequitur diui sio. Nam ppōrtio quedam est discretōrū vt nume rorum Et est habitudo duōrum numerōz ad inuicem in eo q eōrum alter maior aut mior est reliquo vel sibi equalis. Jn numeris em̄ semp minor maio ris pars est vel partes vt demōstratur in septīo ele mentorūz Euclidis. igitur in his etiam omnibus est habitudo certa et nota quare et rōnalis dicitur Alia aūt cōtinuorū ad inuicē est ppōrtio. q̄ est duaz quātecūqz sint q̄titatū ptinuarū certa alteri⁹ ad al teram habitudo Et illa subdiuiditur Alia em̄ est ra tionalis Vbi minor sc̄z quantitas. est pars aut ptes maioris. et talium omniū mediātibus numeris est ppōrtio nota Dicunt̄qz omnes tales quātitates cō municantes. quia eas vna et eadem necessario me titur quantitas Vn̄ et omnes numeri sunt cōmuni cantes. omnes em̄ ipōs metitur vnitas. Alia autez irrationalis dicitur vbi sc̄z minor non est pars aut partes maioris. Et in talibus non est nota ppōrtō nec nobis nec nature Et hee quantitates dicuntur incōmunicantes. Vn̄ sequitur q̄ quecūqz ppōrtio reperitur in numeris reperitur ⁊ in omni genere cō tinuorum vt in lineis superficiebus corpib⁹ et tem poribus: et non econuerso Jnfinite em̄ sunt ppōr tiones in continuis reperte: quas numerorū natu ra non sustinet Sed quecūqz ppōrtio reperitur in vno genere ptinuorū eadem reperit̄ in omnib⁹ alijs Nam qualitercunqz se habet aliqua linea ad quam libet aliaz Sic se habet quelibet sup̄ficies ad aliquā aliam et quodlibet corpus ad aliquod aliud: simili ter et tempus Sed non sic quilibet numerus ad ali quem alium Vnde sequitur q̄ magis est larga pro-

portio in cõtinuis q̃z in discretis Ex quo manifestũ est ꝓportionem geometricam esse maioris abstractionis. q̃z ꝓportionem Arithmeticam Omis em̃ proportio circa quaz Arithmetica versatur / ratiõalis est Geometria vero rationales z irrationales equaliter cõsiderat et de illa nihil ad presens dicet Arithmetica aũt ꝓportio subdiuiditur Quia alia rationalis dicitur que scz immediate ab aliquo denominatur numero Alia vero irrationalis ꝑ tanto appellatur quia non immediate ab aliquo denominat numero de qua postea. Proportio vero rationalis et Arithmetica vltra in duo subdiuiditur membra Quia alia equalitatis Alia inequalitatis Equalitatis em̃ ꝓportio est vbi numeri ad inuicem ꝓparati sunt equales. Equale em̃ ßm Boe. est qđ ad aliquid ꝓparatum neq̃z minore summa infra est: neq̃z maiore transgredit. vt denarius denario vel ternarius ternario Omnes em̃ ꝓportiones equalitatis. equaliter sunt equales Nec earum species assignat Hec em̃ eq̃litas naturaliter ĩdiuisa ẽ vt dicit Boe. Nullus em̃ dicere põt: quod equalitatis. Hoc quidem tale est: illud vo huiusmodi Omis em̃ equalitas vnam seruat in propria moderatione mensuraz Hec Boe. et infra Illud etiam quod que ei q̃titas ꝓpatur non alio vocabulo atq̃z ipsa cui compatur edicitur Nam quemadmodũ amicus amico amic⁹ est. vicinus q̃z vicino Ita dicitur equalis equali In equalis vo quantitatis gemina diuisio est Alia enim maioris inequalitatis est ꝓportio Alia vero minoris inequalitatis Et omnis ꝓportio maioris inequalitatis in infinitum excedit ꝓportionem equalitatis Et omnis minoris inequalitatis in infinitũ a proportione equalitatis et a qualibet maioris in

equalitatis recedit patet ergo q̄ nulla est ꝓportio inter ꝓportionem equalitatis. et ꝓportionem inequalitatis. nec inter ꝓportionem maioris inequalitatis ad ꝓportionē minoris vnius scz ad aliam Et illarum quelibet in quinq̄ subdiuidit̄ species Quarum prime tres simplices sunt Alie aūt ex illis ꝓposite Prima igit̄ maioris inequalitatis species et simplex Multiplex appellat̄ Alia suppparticularis Tertia suppartiens Quarta aūt et cōposita multiplex supparticularis. Quinta multiplex suppartiens. Omnium enim duorum numerorum inequaliū: minor maioris. Aut pars est: aut partes. vt dicit Euclides quarta septimi elementorum His igitur quiq̄ Maioris ineq̄litatis ꝓtib⁹ Oppositē sūt alie quinq̄ partes mīoris inequalitatis: quemadmodū ip̄m mai⁹ minori ſp opponit̄: que minoris spēs ita sigillatim spēbus quiq̄ maioris his que supra dicte sunt opponuntur: vt eisdem nominibus nū cupent̄ sola tantū sub p̄positione distantes Dicitur em̄ submultiplex Subsuperparticularis Subsuppartiēs Multiplex subsuperpticularis. Multiplex subsuppartiens Est igitur Multiplex prima maioris inequalitat̄ spēs et cūctis alijs antiquior nature q̄ prestantior. vbi numerus compatus cum altero: illi contra quem comparat̄ plus q̄ semel possidet. Et illud a binario numero principium capit. et in infinitum per ternariū quaternariūq̄ et ceteroꝝ ordinem sequentiamq̄ progreditur. Contra hunc vero discriminatus est Submultiplex prima scz minoris inequalitatis spēs Et est qui in alterius compatiōe productus plus q̄ semel maioris numerat summaz quia ꝑm aliquem multiplicatus eandez ꝓducit Est em̄ Multiplex. maior minoris quando eaz minor

metit̃ dīone scd̃a quīti Submultiplex vo. mior ma
ioris cum minor maiorē nūeret. dīone prīa eiusdez
Cum aūt naturaliter Multiplicitas et submulti=
plicitas infinita sit: eoruz quoqz species ꝑ proprias
generationes in infinita consideratione versantur
Si igitur bis solum maior a minore metiatur nūe=
ro. prima multiplicꝰ surgit spēs que dicitur Dupla
cui contraria consideratione aduersatur subdupla
Si vero ter tripla: et econtra Subtripla et sic vsqz
in infinitū ꝓcedendo. Suꝑparticularis aūt et scd̃a
maioris inequalitatis spēs est vbi nūerꝰ vnꝰ ad alte=
rum comꝑatus habet in se totum minorē et partez
eius aliquam Qui si minoris habet medietatez. vo
catur sesquialtera Si vero terciā partem. vocatur
sesquitertia Si vero quartaz. vocatur sesquiquar
ta Atqz his nominibus in infinitū ductis/ in infini
tum quoqz suꝑparticulariū forma progreditur. Et
maiores quidem numeri hoc mō vocant̃ Minores
vero. qui habentur toti et eorū aliqua ꝑs vnꝰ Sub
sesquialter Alter subsesquitertius. Alius subsesqui=
quartus. Atqz idem ꝫm maiorū normā multitudi=
nemqz protendit̃. quorū infinita est multitudo pro
pterea ꝙ eiusdem species interminabili progressiōe
fungunt̃ Post has igitur duas primas habitudines
Multiplices scz et Suꝑparticulares et eas que sub
ipsis sunt Submultiplices et Subsuperparticula=
res. Tercia inequalitatis spēs que superius suꝑpar
tiēs dicta ē sequit̃ Et est vbi nūerꝰ ad aliū comꝑatꝰ
habet eum totum. et aliquas eiꝰ partes aliquotas
vel duas vel tres vel q̄tuor. vel q̊t ip̄a tulerit cōꝑatio
Si igitur numerus alium intra se numerum habēs
eius duas partes habuerit Suꝑbipartiēs nomina
tur Si vero tres Suꝑtripartiēs. quod si quatuor

Supquadripartiens Atqz ita progredientib⁹ in in=
finitum fingere nomina licet Et si partes quas ma=
ior vltra totū habz tertie fuerit vel q̄rte vl quīte. di
citur ꝓportio suppartiens vel duas tertias vel tres
quartas vel quatuor quintas. et sic in infinitū ꝓgre
diendo Ita tamen q̄ semp cum denominator par
fuerit. numerator impar erit et ecōtra. Et si ambo
in certo casu impares esse possunt Pares tñ minime
Reliquę vo due maioris scz inequalitat⁹ spēs ex his
velut ex aliquibus principijs componunt. vt mul=
tiplex superparticularis ⁊ multiplex superpartiens
quaz minoris inequalitatis species oppositę sunt
Submultiplex supparticularis: et submultiplex su
perpartiens Est igitur multiplex supparticularis:
quotiens numerus ad numerum cōparatus. habet
ipm plusq̄m semel. et eius vnam partē aliquotam.
Hoc est: habet eum vel duplum vel triplū vel qua=
druplum Aut quocienslibet et eius quamlibet ali=
quam partem aliquotam vel mediam vel tertiā vel
quartam vel quintam. vel quecunqz alia partiū ex
uberatione contigerit Hic ergo ex multiplici et sup=
particulari consistit. quare. vel duplus sesqualter
vel triplus sesquitertius vel sesquiquartus vel quo=
mōlibet aliter in hūc modū Multiplex supparticu
laris vocat Multiplex vo suppartiens est: quociēs
numerus ad numerū compatus habet in se aliū nu
merū totum plusq̄m semel. et eius. vl duas vel tres
vel quotlibet plures partes ßm numeri suppartiēt⁹
naturam Habetqz totū vel bis vel ter vel quater. et
ei⁹ aliquas ꝓtes ab indiuisibili in minimis termis
et respectu nūeratoris denominatas vel. duas vel
tres vel quatuor denomiatas a tribus vel quatuor
vel quiqz vt dupla supbipartiens tertias. tripla sup

tripartiens quartas. vel quadrupla supquadripar tiens quintas Hic q̃ illud meminisse oportz. q̃ minores illis scz opposite non sine sub prepositiõe nominant̃: vt sit subduplex supbipartiens. Subduplex suptripartiẽs. vel tertias vl̃ quartas vl̃ quaslibet alias ¶ Est aũt p quarto notãdũ q̃ denomiatio ßm Euclidem in principio septimi elementorũ Dicitur pportionis minoris quidẽ numeri ad maiorem pars. vel partes ipsius minoris que in maiore sunt. Maioris aũt ad minorem totũ. vl̃ totũ et pars vel partes: p vt maior supfluit Hinc est q̃ ille similes siue vna alij eadem dicunt̃ pportiones que eandem denominationem recipiunt. Maior vero que maiorem. Minor aũt que minorem. Vnde dicit Campanus sup vndecĩa diffinitione quinti elementorũ Euclidis q̃ denominatio pportionis duarum quantitatũ quib⁹ nullum interponitur medium habet naturam linee. Earũ vero quibus interponitur vnum medium in cõtinua pportionalitate. habet naturam superficiei. eo q̃ fit ex multiplicatione denominationis duarum primarũ in se Omne aũt quod ex multiplicatiõe linee in lineam producitur. naturam habet supficiei Si in se quidem quadrati: Si vero in alteram. parte altera lõgioris Sed pportiõis earũ quantitatũ denomĩatio quibus in ꝯtinua pportiõe duo media interponũt̃ naturam habet solidi. quia puenit ex multiplicatione denomĩatiõis duaꝝ primaꝝ prĩo in se. ex q̃ multiplicatione pducit̃ superficies: Deinde in pductũ ex qua multiplicatione puenit solidum siue corpus Om̃e etem̃ quod ex multiplicatione linee in supficiem producitur. crescit in solidũ. Ex quibus apparet vt vult Campanus ibidez q̃ pportio extremoꝝ

continue ꝓportionalitatis in tribus terminis con-
stitute denominatur a quadrato: In quatuor vero
terminis ꝯstitute denominatur a cubo: quorũ qui
dem. quadrati ⁊ cubi latus est denominatio. ꝓpor
tionis primi ad scd̃m Proportio aũt extremorũ im
ꝓportionalitatis continue in tribus terminis cõsti
tute. denominat̃ a suꝑficiali non quadrato. Cuius
latera sunt denominationes ip̃arum ꝓportionum
In quatuor v̄o terminis ꝯstitute. denomĩatur a so
lido non cubo Cuius tria latera sunt denominati-
ones trium ꝓportionum. vt patet practicãti Pro-
portionalitas quartũ scz in ordine sciendu3. vt vult
Euclides Diffinitione quarta quĩti elementorum
est sil̃itudo ꝓportionũ ⁊ qꝛ sil̃itudo ista ꝓportionũ
vl̃ ẽ in q̃ꝫtitatib⁹ ꝓportiõalib⁹ vl̃ improportiõalib⁹
Si primũ vel ergo ille q̃ꝫtitates sunt ꝯtinue ꝓportio
nales vel incõtinue Si primũ dicit̃ Continua pro
portionalitas Si scd̃m dicit̃ proportiõalitas incõ-
tinua. de quibus patet per ordinẽ Et primo de q̃ꝫti
tatibus ꝓportionalibus Quantitates igit̃ ꝓporti-
onales ꝑm Euclidem septĩa quinti sunt quarũ pro-
portio est vna Quãtitates aũt que dicunt̃ ꝯtinuã
habere ꝓportionalitatẽ vt elicit̃ ex diffintiõe quĩta
quĩti. sunt quarũ eque multiplicia: aut equa sunt
aut eque sibi sine interruptione addũt aut minuũt
Inde cõtinua ꝓportiõalitas dicitur. ꝑm Campa-
num suꝑ eadez dĩone: cum quotlibet quantitatum
eiusdem generis in qua ꝓportione prima antecedit
scd̃am in eadez quelibet aliaꝝ antecedit proximo cõ
sequentem. Quãtitates autẽ que nõ dicũtur esse
ꝑm ꝓportionem vnam prima ad secundaz et tercia
ad quartam Improportionales dicuntur Et sunt
vt vult Euclides diffinitione sexta quinti. quaruz

prime et tertie multiplices equales multiplicibus se
cunde et quarte equalibus fuerint similes. vel ad=
ditione vel diminutione vel equalitate eodem ordi
ne sumpte Ex quo sequitur q; ꝓportionalitas incō
tinua ßm campanum sup quinta dīone est: cū qua=
tuor quantitatū siue omnes fuerint eiusdem gene=
ris siue due prīe vnius et due postreme alterius In
qua ꝓportione prīa añcedit secundā in eadē tertia
antecedit quartaz ¶ Quātitates añt improꝑtio
nales vt vult Euclides dīone octaua quīti. dicī
tur cū fuerit prime et tertie eque multiplices Itēq;
scde et quarte eque multiplices. addetq; multiplex
prime sup multiplicem scde. non addet añt multi=
plex tercie sup multiplicem quarte dicetur prīa ma=
ioris ꝓportionis ad secundā qm̄ tertia ad quartam
Quantitates igitur improꝑtionales ßm Cam=
panum sup decimasexta dīone quīti dicuntur qua=
rum ꝓportiones sunt diuerse Quoniam añt ꝓpor=
tionalitas vt supra ē similitudo ꝓportionū Quod
ibi cōtingit dupliciter. Aut quia maior est ꝓportio
prime ad secundam. q; tertie ad quartam Aut quia
minor et ideo Campanus super octaua diffinitio=
ne quinti. ponit duas species eius. Quarum pri=
ma est quando maior est ꝓportio primi ad scdm q;
tertij ad quartū Et dicitur hec maior improꝑtio=
nalitas Cuius diffinitionis sufficientia magis pa
tet ex modo demonstrationis octaue quīti Scda ve
ro. quando minor est ꝓportio primi ad secundū q;
tercij ad quartum. et dicitur minor improꝑtio=
nalitas. Est rursꝰ alia ꝓportiōalitatis diuisio Alia
nanq; est que conuersa dicitur Alia permutata Ter
tia Disiuncta. quarta Coniuncta. quinta Euersa
Sexta vero et vltima Equa nuncupatur Est igit

¶ Conuersa ꝓportionalitas quãdo facim⁹ de antecedentibus ꝙsequentia. et de ꝙsequentibus antecedentia quam etiam Euclides dĩone duodecĩa quĩti tangit diffinitiue et in genere Et Campan⁹ comẽto decioquito septimi Demõstratiue in nũeris Euclides eñ non demonstrans eam. ex dĩone quantitatum in cõtinue ꝓportionaliũ notam relinquit Cãpanus vo comẽto decieſexte diffinitiõis quĩti ſufficienter demonſtrat que licet etiam vt Campanus dicit ex decimanona eiuſdem indirecte demõſtrari poſſit. ¶ Permutata vo ꝓportiõalitas eſt. quando ambo extrema prime proportiõis fiũt antecedentia et ambo extrema ſecũde ꝓportionis duo conſequentia. De qua Euclides eadem dĩone quĩti in genere et diffinitiue. et decimaſexta ꝓpoſitione eiuſdem. et decimaquarta ſeptimi in numeris demonſtratiue ¶ Coniũcta aũt ꝓportiõalitas dicĩ quociens. Sicut antecedens cũ conſequẽte ad cõſequens Sic et antecedẽs et ꝙsequens ad conſequẽs diffinitione tredecima quinti. quam idem in genere demonſtrat. decĩaoctaua eiuſdem Et campanus ſup decĩaquĩta ſeptimi in nũeris. ¶ Diſiuncta vero ſm Euclidez decĩaquarta diffinitiõe quĩti dicitur Augmentoꝝ antecedentiũ ſupra ꝙsequentia equa compatio Cui⁹ demõſtrationẽ in genere ponit idem decĩaſeptĩa quĩti. et Campan⁹ vbi ſupra. Proportiõalitas aũt ¶ Euerſa vt ex decĩaquinta quinti colligĩt dĩone. Dicitur quorumlibet antecedentiũ ad augmenta ſui ſupra ꝙsequentia ſua ſimilitudo ꝓportionum Cuius idem demonſtrationez ex permutata adinuicem. decimanonam notam relĩquit quam tamen Campanus comento ſupra allegato in nũeris ſufficienter demõſtrat. ¶ Vltima

aũt ꝓportionũ ſimilitudo Que equa dicitur pro=portionalitas. eſt vt Euclides dicit. decĩaſexta dĩo ne quĩti Quantitatibus plurimis ꝓpoſitis aliiſq; ſm eundẽ numerũ in vna ꝓportione applicatis me diorum equali numero applicato vtroꝝq; ſummo rum ſimilitudo proportionũ. quam idem ſufficiẽ=ter ex viceſimaſcda et viceſimatertia quinti demõ=ſtrat eſſe veram in genere. et ex decĩaquĩta ſeptimi in numeris. Et hec ad ꝓpoſitũ in generali de pro=portionibus dicta ſufficiũt. quarũ ſiquis diligens perſcrutator eſſe voluerit atq; altius de his ſpecu=lari. quintũ elementoꝝ et ſeptimus Euclidis bñ et et diligẽti ſtudio perleget et deſiderio ſatiſſaciet Se quitur nunc conſequenter de quĩto ſcz ꝓportionũ ad inuicem additione. ceteriſq; earũ ſpeciebus.

De Addicione.

Dditio in proportionibus eſt ducum comi tumq; in ſẽ inuicem cõtraria multiplicatio Sicut enim ſe habet multiplicatio in mi=nucĩjs vulgaribus Sic et additio in proportionib9 Cum igitur aliquas ad inuicẽ addere volueris pro portiones. tũc ipis ſm doctrinam Euclidis ex pri=ma ſeptimi. et ſecunda decimi ſi placet in minimis terminis ꝑſtitutis. Dux vnius in ducem ducaĩ alte rius et productum ſi plures ſimul fuerint addẽde in ducem tertie et ſic conſequenter quouſq; omnes du cti fuerint. et vltimum productum. dux aggregati conſtituatur. Quo facto. ducatur etiã comes vni9 in comitẽ alteri9. ⁊ ꝓductũ in comitẽ tertie. ⁊ ſic cõ ſequẽter q̃ſq; oẽs ĩ ſeĩuicẽ ducti fuerint comites. et vltimum productum. prioris ducis. comes ponaĩ

et erit ꝓportio. eiusdem ducis ad suum comitē. ex ꝓportionibus intermediis ꝓpositaquia vt vult Euclides ex decima et vndecima diffinitiōib⁹ quīti et principio septimi Cū continuate fuerint eedē vel diuerse ꝓportiones dicēt ꝓportio primi ad vltimum ex oībus ꝓpositā Quia ꝓportionē ꝓportiōi addere vt ex quīto Euclidis colligit nihil aliud est. ꝙ vnā earū in termīs ponere et deiñ ter ciñ terminū inuenire. qui se habeat ad maiorē. ſm ꝓportionez addendaz. vel ad quā minor se habeat in ꝓportiōe addēda Si ꝙ quomōlibet aliter ꝓportio augeri pōt Maiorem aūt numerū in omni ꝓportiōe Boe. in primo Arithmetice. ducem vocat. Minorē vo comitē vt clare patet practicanti et tm̄ de Additione.

De Subtractione.

Vbtractio aūt est. contradictoria et cruciformis ꝓtrariarum denominationū in se invicem multiplicatio Subtractio eñ in proportionibus eodem modo se habet sicut. Diuisio in minucijs vulgaribus. Cum igitur aliquam proportionem ab alia subtrahere volueris. tunc ipis vt supra si placet in minimis terminis positis. ducatur comes subtrahende. in ducem. eius a qua fieri debet subtractio. et productum. ꝓportionis residue dux constituatur Deinde dux subtrahende in eius a qua fieri debet subtractio ducatur comitem. et ꝓductum prioris ducis comes ponat et erit proportio vnius ad reliquum. ꝓportio residua. Et si plures ab vna subtrahere contingat tunc vna subtracta. subtrahatur et a relicto reliqua. eodem mō vt prima quousq; oñes subtrahēde fuerīt subtracte

Et quia eadem est via cõpositionis et resolutionis Sed vt supradictum est. ꝓportio prime ad vltimã si plures ꝓtinuate fuerint quantitates. ex interme diis est composita ergo in casdez eciam ipa ꝓposita est resolubilis. ergo ꝓportionem vnam ab alia sub trahere nihil aliud est q̃ inter termininos maioris medium assignare. Ex quibus omnibus supradi ctis elicitur q ꝓportionẽ aliquã augere nõ differt ab Additione. sicut nec ꝓportionẽ diuidere. a sub tractiõe Augere em̃ ꝓportionem nihil aliud est. q̃ aliam sibi eiusdem vel diuerse denominationis ad dere Vel est vltra terminos eius alium vel alios ter mios assignare Sic et ꝓportionẽ diuidere nihil est q̃ inter terminos ei⁹ mediñ seu media assignare vt clare paret practicanti. Quare sequitur q tantum due sunt species ꝓportionñ Additio scz et Subtra ctio de quibus dicta sufficiunt.

Licet sufficienter in supe rioribus dictũ sit de his

que ad aliquid dicuntur quantitatibus pro maiori tamen intelligentia eoꝝ que sparsim di cta sunt summatim reminisci necesse est Vt ergo il la breuiter et ꝓpendiose perstringerẽtur. ex his om nibus supra positis vna collecta est Regula duode cim ꝓprietatib⁹ magistraliter fulcita que ꝑm ordi nem processus exemplariter sunt posite atq ꝓbabi liter ꝑm Euclidẽ demõstrate. Anteq̃ aũt de his mẽ tio aliqua fiat De diuersis huiuscemodi Regule no minibus a diuersis diuersimode impositis vt sciatur quid nominis dicere oportet pro cui⁹ declaratione

sciendū ē q̄ ista Regula a diuersis diuersimode alio et alio non absq̄ rōne appellata est vocabulo Quoniam apud Mercatores De tri. i. de tribus sc̄z numeris dicta. Quoniam tres in ea noti ponunt̄ numeri quibus quartus ignotus et ille de quo fit questio. notificat̄. Est et apud alios Regula legk et iusticie similitudinarie vocata Quia sicut iusticia virtus vnicuiq̄ quod suum est tribuit Sic similitudinarie ista vnicuiq̄ vt equū est tribuit Et ob id pedisequa. et omniū aliaq̄ Regula familiaris nomiata est. Hec etiā eadem Regula apud plures. Aurea nuncupata est. non quidem simpliciter. vt auq̄ ceteris metallis dignitate sue substantie p̄stanti⁹. sed admistratiōe sue familiaritatis alijs omnib⁹ excellētior. propterea etiā ad alias omnes. vniuersalis existit Cetere em̄ omnes fere. ad eam tanq̄ ad principiū primū reducunt̄ Sed et apud eos clariori rōne vigentes quorū alti⁹ est specūlari. et qui pfundius atq̄ magis castigate de re ipa loquunt̄. Regula proportionum haud sine rōne appellata est. quoniam in ea. omnia fere. omniū ꝓportionum fabricantur genera. ex cuius etiam officina tanq̄ ex fonte scaturienti. omnia radicitus ꝓportionum oriuntur pn̄cipia. Et ob id etiam ꝓportionib⁹ statim postposita. vt aūt ea que supius minus bn̄ intellecta sunt; Hic applicata magis et facilius intelligant̄. certas et singulares huiuscemodi Regule diligenti studio notare debes proprietates. Non quidem eorum. qui nulla ratione instructi. mechanica cauillatione Sed vera et castigata eorum qui doctrinis philosophantium magis dediti autentica demonstratiōe pbatas. de quib⁹ ßm ordinez infra ptēbit in pcessu Propositis igitur quatuor numeris ꝓportionalib⁹

quorum tres noti presuponantur. vt de quarto et ignoto fiat questio. tunc ex Regula generali. scdus in tercium ductus vel econtra. pductum p primuz diuisum ostendit quesitum. quod originaliter ostē dit Euclides decīaquīta sexti de quatuor lineis pro portionalibus ⁊ vicesima septimi de quatuor nume ris pportionalibus. dicēs Si fuerint quatuor nu meri pportionales quod ex ductu primi in vltimū pducetur equum erit ei qd ex ductu scdi in tertiū ⁊c Et quia pducta inter se sunt equalia. quare altero vt primo multiplicantiū quociēs pōt detracto nu= merum quartum et ignotū ostendit pportionis de nominatio. Circa quod etiā priusq̄ ad has dictas eiusdem Regule pprietates fiat accessꝰ Aliqua pro pter pleniorē īstructionē generalia notāda sūt prīci pia Et prīo de multiformi pportiōalitatꝭ varieta te ßm modorū arguendi supra dictoꝝ diuersitatem Scdo de artificiali nūeri ignoti inuentiōe Est igit pro primo sciendū q̄ si fuerint quatuor numeri pro portionales. fueritq̄ maior primus tertio. necesse est scdm quarto esse maiorem Quod si minor et mi norem Si vero equalis ⁊ equalē esse decimaquarta quinti Et hoc in quantitatibus pportiōalibus de quibꝰ magis ad ppositū de quātitatibꝰ aūt impro portionalibus scire debes q̄ si pportio primi ad se= cundum maior fuerit q̄ tercij ad quartū. erit ꝯuer sim. econtrario. scdi ad primū mīor q̄ quarti ad ter tiū vicesīa sexta quīti Et si maior fuerit pportio pri mi ad scdm q̄ tercij ad quartū erit permutatim ma ior pportio primi ad tertiū q̄ scdi ad quartū. vicesi ma septīa eiusdem Et iterū si pportio primi ad secū dum maior fuerit q̄ tercij ad quartū Erit quoq̄ cō iunctim. maior pportio primi et scdi ad secūdum

ꝑ tercij et quarti ad quartū. Quod si sic fuerit. erit quoq; disiunctim. ꝓportio primi ad secundū maior ꝑ tercij ad quartū. Ergo et euersim. minor erit ꝓportio primi et scdi ad primum ꝑ tercij et quarti ad tercium. 28. 29. et. 30. quīti. Et tm̄ de primo.

Sed pro secundo scire debes

Q; si primus tertio maior fuerit. tūc scdus scz nūerus per primi ad tertiū ꝓportionis denominationē diuidatur. et quociēs numerū quartū et ignotū de quo fuit questio ostendit Si vo primus minor fuerit tertio. tunc secund⁹ in primi ad tertium ꝓportionis denominationē ducatur. et ꝓductū. idem q; prius scz quesitū ostēdit et tantū de secūdo ¶ Sed quia iam tempus est dictas acccedere proprietates quare breuiter circa processum notare debes q; sp tria in vnaquaq; ꝓprietate ßm ordinem ponuntur quorum primum est ipa iuxta sui ordinez ꝓprietas Scdo exemplaris eiusdē ꝓprietatis in aliqua specie ꝓportionis. applicatio. et tertio positorū autentica et demonstratiua ꝓbatio in hunc modum.

Prima proprietas

¶ Positis igit̄ quatuor terminis ꝓportionalibus vt supra. Sicut se habet primus ad scdm Ita semp se habebit tercius ad quartū vt exēpli gratia in proportione multiplici Et vbi primus maior est tertio 48. res sunt empte ꝑ. 16. dragmis. 6. ergo res quot valebūt dragmas. vbi scz quatuor ꝓportiōales ponuntur termini. 48. scz. 16. 7. 6. quartus vo qa ignot⁹. o. ponitur Sicut ergo nūc primus scz. 48.

habet se ad secundū scz. 16. Sic tercius se habere debet ad quartū Sed quia ꝓportio primi ad secundū est tripla. ergo ꝓportio tertij ad quartū etiā tripla esse debet. quare iuxta regulam superius datam inueniatur numerus ad quem. 6. sic se habent. sicut 48. ad. 16. patet ergo q̄ talis numer⁹ est. z. ad quē 6. sic se habēt. sicut 48. ad. 16. quia vtrobiq; est ꝓportio tripla. ergo. 6. res z. valēt dragmas qđ fuit quesitū Qđ sufficiēter ostendit Euclides in genere duodecīa diffinitiōe quīti elemētorū. et vndecīa septimi in numeris dicens Si fuerīt quatuor numeri ꝓportionales Quorū prim⁹ scđo et tercius quarto sit maior: erit scđ⁹ tota pars aut ꝑtes primi quota vel quote quart⁹ tercij Sicut in exemplo posito secundus est tercia pars primi ergo. quart⁹ erit tercia pars tercij quod fuit probandum.

Secunda proprietas.

¶ Positis iterū quatuor terminis ꝓportionalib⁹ Sicut se habet primus ad secundum Jta prim⁹ et tertius pariter accepti se habebunt ad secundum et quartū pariter acceptorū. vt gratia exempli in eadē ꝓportione scz multiplici · et vbi primus minor est. tertio vt. 6. res empte sūt ꝑ. 36. dragmis. 18. ergo res q̄t valebunt dragmas Vbi iterū quatuor ꝓportionales ponunt̄ termini. 6. scilicz. 36. et. 18. Quartus aūt z de quo fit questio est ignot⁹ quare. o. loco eius ponitur Quorū terminorꝫ prim⁹ tertio minor est Et sicut primus scz. 6. se habet ad scđm. scz. 36. Jta primus et tertiꝰ 6. scz et. 18. pariter accepti vt z4. se habent ad scđm et quartū. 36. scz et ignotum pariter acceptos Sed quia primus est sexta pars se-

cundi. ergo primus z tertius pariter accepti scz z4. debent esse pars sexta scdi. 36. scz et ignoti pariter acceptorum ergo iuxta preceptū secūde Regule Jnueniatur numerus qui cū. 36. sit sextuplus ad z4. Et patet q̄ ille nūer⁹ inueniend⁹ est. 108. qui. 36. additus facit aggregatum. 144. quod est sextuplū ad. z4. q̄re z4. prim⁹ scz et terti⁹ piter accepti sunt sexta pars secundi et quarti pariter acceptorū Qđ pbabiliter et demōstratiue ostendit Euclides quinta et sexta septimi elemētorum in hec verba Si fuerint quatuor numeri quorū prim⁹ tota pars vel partes secundi: quota vel quote tertius quarti erūt primus et tertius pariter accepti. tota pars vel partes scdi et quarti pariter acceptor. quota vel quote primus scdi quod fuit probandum.

Tertia proprietas.

¶ Positis vt supra quatuor termīs ꝓportionalib⁹ tunc Sicut se habet primus ad terciū Sic primus et secundus pariter accepti habebunt se ad tertiū et quartū pariter acceptorū. vt exempli gratia in proportione supparticulari et vbi prim⁹ est tertio maior z7. res empte sunt p. 11. dragmis. z4. ergo res et $\frac{2}{3}$ vni⁹ q̄t valebūt dragmas Jn q̄ exemplo quatuor itemq; virtualiter ex ypothesi ꝓportionales ponuntur termini: quoniam tres tantū formaliter et o loco quarti ponitur. quorū primus. 37. scz habz se ad tertiū vt z4 $\frac{2}{3}$ in proportione sesquialtera Sic ergo se habere debent primus et scdus 37. scz et. 11. pariter accepti. vt z8. ad tertium et quartū. z4 scilicet $\frac{2}{3}$ et ignotum pariter acceptorū. Quare iuxta primam regulam supius datam Quidaz inueniaī

numer⁹ qui tertio . 24 . scz 2 $\frac{2}{3}$ additus vt primus et secundus simul additi habeant se ad aggregatū Sicut se habet primus ad tertiū in ꝓportiōe scz sesquialtera . patet ergo ꝙ numer⁹ ille inueniend⁹ est . 7 $\frac{1}{3}$ qui cum . 24 $\frac{2}{3}$ additus fuerit facit aggregatū . 32 ad quod . 48 . prim⁹ scz et secūdus simul aggregati . habent se . sicut se habet prim⁹ ad tertiuz qꝛ vtrobiqꝫ est ꝓportio sesquialtera Hoc idem sufficienter ostēdit Euclides ex ꝓportione permutata in genere decimasexta quinti et decimaquarta septimi in nūerꝭ dicens Si fuerint quatuor nūeri ꝓportionales. permutatim quoqꝫ ꝓportionales erūt . vt patet practicanti . et hoc fuit ostendendum .

Quarta proprietas

¶ Positis iterū vt supra quatuor terminis ꝓportionalibus . tunc illud quod ex ductu . primi in quartum ꝓuenit . equum est ei : quod ex ductu scd̄i in tertium ꝓducitur . vt gratia exempli ponatur in proportione suꝑparticulari vbi prim⁹ termin⁹ . tertio mīor fuerit . ꝙ . 28 . res et $\frac{4}{5}$ empte sint ꝓ . 24 . dragmis . 36 . igitur res quot valebūt dragmas . vbi iterum tres ꝓportionales ponūtur termini . quibus iuxta regulam superius de hoc datam quartus statī vpparebit in ꝓportione scz suꝑparticulari . quoruz secund⁹ . 24 . scz in tertium scz . 36 . ductus habētes se in ꝓportione sesquialtera ꝓducunt numerū vnū scz . 864 . qui equalis esse debet ꝓducto quod ꝓuenit ex ductione primi . in quartū terminū scz ignotum Quare vt supra quidam inueniatur numer⁹ qui in primum scz . 28 $\frac{4}{5}$. cū duct⁹ fuerit . faciat productum equale ꝓducto scd̄i in tertiū Et patz ꝙ ille

numerus est. 30 qui cum in primū secz. 28 $\frac{4}{5}$ ductus fuerit tm̄ facit. q̄tum secundus in tertiū. vtrotiq; eorū pductum est. 864. Et quia quartus. 30. scilicet est in sesquiuicesima quarta pportione ad primū et tertius in sesquialtera ad scm ergo primus ad scm et tertius ad quartū in pportione sesquiquinta esse necesse est Et tertius ad primum sic se habere sicut se habet quartus ad secundū quia vtrobiq; est pportio sesquiquarta ꝛc Hanc autem eandem proprietatem sufficienter et demōstratiue ostendit Euclides decima quinta ꝛ decima sexta quinti in genere ꝛ vicesima septimi de numeris dicens Si fuerint quatuor nūeri pportionales quod ex ductu primi in vltimū pducetur ꝛc vt supra dictū est. ergo pprietas vera quod fuit probandum.

Quinta proprietas

¶ Posito vt supra q̄tuor temis pportiō alibus quorum primus si habuerit se ad scm sicut tertius se hz ad q̄rtū tunc per quersam pportionalitatē scūs habebit se ad primū sicut se habz quartus ad tertiū. vt ponat exemplū vbi primus sit maior tertio in pportione suppartiēte hoc mō. 81. res sunt empte p. 48. dragmis et $\frac{3}{5}$ quot igitur. 63. dragmas valebunt Vbi iterum quatuor pportionales ponunt termi. quartus vero quia ignotus. o. quousq; inuentus fuerit ponatur Et quia primus. 81. scz est in pportione superbipartiente tertias ad scm videlicet. 48. ꝛ $\frac{3}{5}$ quare tertius ex supra pbatis erit in eadē pportione ad quartū scz ignotū Jnueniatur ergo nūerus iuxta regulam supius datā qui econuerso ßm pprietatis tenorem se habeat ad tertium. Sicut scūs se habet ad

primū Talis aūt nūeris est. 37. et $\frac{4}{5}$ qui eodem mō se hz ad tertiū scz. 63. sicut se habet scd̄us scz. 48 $\frac{3}{5}$. ad primū scz. 81. quia vterqz est Subsuꝑbipartiēs tertias ad suum correlatiuū Qd̄ idem ostēdit Euclides in. 12. diffinitione quīti vbi campan⁹ oñdit eā in genere ꝛ. 26. eiusdē vbi loquit̄ de ꝓportionū maioritate et minoritate Et campan⁹ suꝑ. 15. septimi demonstrans eam in nūeris quā etiaz. 12. quīti et. 19. eiusdem indirecte ostendit dicēs. Cōuersa quoqz ꝓportionalitas quā ex diffinitiōe incōtinue ꝓportionalitatis demōstrauim⁹ in exponēdo principia hui⁹ quīti pōt hic qz̄ demonstrari indirecte exꝑmutata ꝓportiōalitate Et tm̄ de quīta ꝓprietate

Sexta proprietas.

¶ Quatuor: vt prius: terminis ꝓpositis. Quoꝝ primus se habet ad secundū sicut tertius ad quartū sequit̄ ſm ꝓportionalitatē permutatā ꝙ primus sic se habebit ad tertiū Sicut scd̄us se habet ad quartū vt applicatiōis gratia ponat̄ Exm̄ in quatuor terminis vbi prim⁹ sit minor et in ꝓportiōe Subsuꝑpartiente tres septimas ad tertiū vt si. 15. res $\frac{2}{3}$ et $\frac{1}{7}$ vnius tercie ꝓ. 22. dragmis empte fuerīt 25. ergo res et $\frac{1}{7}$ quot valebūt dragmas. In quo exemplo iterum vt supra quatuor ꝓportionales eo mō quo supra ponūtur termini quorū prim⁹ scz. 15 $\frac{2}{3}$ et $\frac{1}{7}$ vni⁹ tertie habet se ad scd̄m scz. 22. Sicut se habet terti⁹ scz. 25 $\frac{1}{7}$. ad quartū ignotū qui se habere debet ad secundū sicut tertius se habet ad primū Inueniatur ergo talis numerus qui sic se habet ad scd̄m sicut ꝛc̄ Et patet ꝙ sit. 35 $\frac{1}{5}$. qui se habz ad tertiū sicut scd̄⁹ se habz ad primū qꝛ vtrobiqz est ꝓportio suꝑpartiēs

duas quītas. ergo permutatim sicut se habet prim⁹ ad tertiū sic scd̄us ad quartū ⁊ ecōtra qꝛ vtrobiqꝫ est ꝓportio Suꝑpartiens tres quītas et ecōtra addita p̄positione sub Qd̄ sufficienter et diffinitīe ostēdit Euclides ꝑ secundā partē. 12. diffinitiōis quīti elementorū dicēs Itemqꝫ permutatim sicut añs ad añcedentē Sic etiam ꝯñs ad ꝯñtem et. 16. quīti in genere et. 27. eiusdē Et. 14. septimi in nūeris dicēs Si fuerīt quatuor nūeri ꝓportiōales permutatim quoqꝫ ⁊c̄ vt supra Et hoc fuit ostendendum.

Septima proprietas.

¶ Propositis igitur quatuor terminis ꝓportiōalibus. et stante ꝓprietate prīa ergo per ꝯiunctā proportionalitatē ꝯcludēdo Sicut se habꝫ primus et secund⁹ ad scd̄m Sic terti⁹ et quart⁹ ad quartū. Pro cuius applicatiōe ponatur exm̄ vbi prim⁹ maior est et in ꝓportione multiplici suꝑparticulari dupla scꝫ sesquitertia ad tertiuꝫ vt. 44. res et $\frac{1}{3}$ vni⁹ si empte fuerīt ꝑ. 12. dragmis $\frac{1}{2}$ et $\frac{2}{3}$ vnius quarte. vnius scꝫ dragme. 19. igitur res quot valebūt dragmas. vbi iteꝝ. q̄tuor vt supra ꝓportiōales ponunt̄ termī. q̄ꝝ prim⁹ et secūd⁹ (stāte passiōe prima) ſm quā vtrobiqꝫ debet esse ꝓportio vna vicꝫ. 44 $\frac{1}{3}$. et. 12. $\frac{1}{2}$ et $\frac{2}{3}$. vni⁹ quarte ꝑiter accepti vt. 57. habēt se ad scd̄m sicut terti⁹ et quartus. 19. scꝫ et ignotus simul accepti ad quartū se habere debēt Quare ſm doctrinaꝫ superius datā aliquis inueniatur numer⁹ qui cū tertio scꝫ 19. additus fuerit vt aggregatū habeat se ad numerū inuenū scꝫ quartū sicut se habēt prim⁹ et secund⁹ pariter accepti ad scd̄m Patꝫ aūt ꝙ talis nu-

mer⁹ sit. $5\frac{3}{7}$ qui tertio addit⁹ facit aggregatū. $24\frac{3}{7}$ quod se habet ad. $5\frac{3}{7}$. sicut se habēt primus et secūdus simul accepti scz. 57. ad scōm scz. 12. $\frac{1}{2}$ et $\frac{2}{3}$ vni⁹ quarte qr ex vtraqz pte est ꝓportō quadrupla sesquialtera Et hoc idez affirmat Euclides diffinitiōne. 13. dicēs Coniūcta vō ꝓportiōalitas dicit quociēs sicut aīs cū ꝑte ad ꝑsequens Sic etiaz aīs cū ꝑte ad ꝑns Et demōstratiē 18. eiusdē in genere dicens Si fuerint q̄titates disiūctim ꝓportionales Coniūctim q̄ ꝓportionales erūt. et. 28. eiusdem de maioritate et mīoritate ꝓportionū q̄tuor terminorū ad invicem Qō idem et campan⁹ sup. 15. quīti septimi in nūeris ostendit. qō fuit ostendēdum.

Octaua proprietas

¶ In qua iterū. cū quatuor ꝓportiōales termini ꝓpositi fuerīt z stāte immediate p̄cedente. cōcludit per disiunctā ꝓportionalitatē. sic ergo sicut se habet primus ad scōm sic se habebit tertius ad quartū Cuius iterū aliud ꝓpter maiorē rei intelligentiaz ponatur exm̄ vbi primus minor est et in ꝓportione multiplici Subsuperparticulari subtripla sesquitertia. ad tertiū vt cū. 8. res p. $18\frac{2}{3}$. empte fuerīt dragmis. 26. igit res $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{3}$ viii⁹ quīte vni⁹ scz rei quot valebūt dragmas. vbi eodez mō quo supra quatuor ponunt termini ꝓportionales. 8. scz. $18\frac{2}{3}$ et $26\frac{1}{3}$. et $\frac{1}{3}$ vnius quinte quart⁹ aūt quia ignot⁹. o. ponit Quorum primus z scō⁹ pariter accepti habēt se ad secundū p ꝓiunctam ꝓportionalitatē sicut tertiꝰ et quartus piter accepti ad quartū p ypothesim. ergo per disiunctaz ꝓportionalitatē sicut se habz primꝰ

ad secundū scz. 8. ad. 18 2/3. sic se habere debz tertius scz. 26 1/5. et 1/3 vni⁹ quite. ad quartū et ignotū Quare ßm regulam supius datā. quidā inueniat nūer⁹ qui tertio additus faciat aggregatū quod se habeat ad numerū inuentū. sicut primus et secūdus piter accepti se habent ad secūdum Talis aūt nūerus patz esse. 62 2/9 qui tertio additus facit aggregatum. 88 8/9 qō se habet ad numerū inuentū scz quartum Sicut primus et secundus piter accepti ad scm quia vtro biqz est ꝓportio Suptripartiens septias. ergo disiunctim Sicut se habet primus scz. 8. ad secunduz scz. 18. 2/3 Sic et eodem mō terti⁹ scz. 26 1/5 et 1/3 vnius quinte habebit se ad quartū scz. 62 2/9 quod fuit ꝓpositum Cuius cōfirmationē diffinitiē ponit Euclides. 14. dīone quīti elemētorū et demōstratiē in genere. 17. eiusdē dicēs. Si fuerit q̄titates cōiunctim ꝓportiōales easdē Distīctim q̄ ꝓportionales esse et. 29. eiusdem vbi vt supra. arguit de maioritate et minoritate ꝓportionum. quatuor termīorum improportionaliū ad inuicem Et Campan⁹ super. 15. septimi de nūeris et illud fuit ostendendū

Nona Proprietas.

¶ Quatuor ꝓportionalibus ꝓpositis terminis. et passione prima stante cum septima proprietate. Concluditur per Euersam ꝓportionalitatē. hoc mō Ergo sic se hz prim⁹ et scdus piter accepti ad primum. Sicut tertius et quart⁹ pter accepti se habēt ad tertiū Pro cuius applicatione tale ponatur exm̄ vbi scz primus est maior et in ꝓportione multiplici superpartiente. scz tripla suppartiente tres quitas

vt cum quis dixerit. 92. res $\frac{1}{2}$ z $\frac{4}{7}$ vnius octaue pro
z 54. dragmis sunt empte $\frac{4}{7}$ vnius dragme quot er
go. z5. res $\frac{1}{2}$ et $\frac{3}{7}$ vnius secunde dragmas valebunt
Vbi iuxta superiorum formam iterum quatuor pro
portionales ponunt termini. 92 $\frac{1}{2}$. et $\frac{4}{7}$. vnius oc=
taue scilicet. z54 $\frac{4}{7}$. et. z5 $\frac{1}{2}$. et $\frac{3}{7}$. vnius secunde.
quartus aũt vt supra quia ignous iterum. o. pona
tur. Quorum quatuor terminorum primus habet se
ad secundũ. 92 $\frac{1}{2}$. scilicet et $\frac{4}{7}$ vni9 octaue ad z54 $\frac{4}{7}$
sicut tertius se habere debet ad quartũ per primam
passionem Et quia primi ad scũm est ꝓportio sub=
dupla subsuperpartiens tres quartas: eadẽ ergo ter
cij scilicet. z5. scz $\frac{1}{2}$ et $\frac{3}{7}$ vnius secunde ad quartum
et ignotum esse debet proportio Primus cũ et scũs
piter accepti scilicet. 347 $\frac{1}{7}$. ad scũm. z54 $\frac{4}{7}$. se ha
bere debent sicut tertius et quartus pariter accepti
ad quartum ꝑ septimam passionem igitur conclu=
cludendo per cuersam proportionalitatem. Sicut
primus et secundus pariter accepti scilicet. 347 $\frac{1}{7}$
habent se ad primum Sic tertius et quartus scilicz
ignotus pariter accepti. ad terciuz se habere debẽt
Quare vt supra. inueniatur numerus. qui si ter=
tio scilicet. z5 $\frac{1}{2}$. et $\frac{3}{7}$ vnius scõe additus fuerit faci=
at aggregatum quod se habeat ad tertiũ sicut se ha=
bent primus et secundus simul accepti ad primum
Talis aũt nũerus inuen9 est. 70 $\frac{5}{7}$ qui cũ tercio ad=
ditur habebit se aggregatum scz. 96 $\frac{3}{7}$. ad tertiũ si=
cut primus et secundus ad primum per euersaz pro=
portionalitatem quia vtrobiqz est proportio tripla
superpartiens tres quartas Et hoc idez ꝑbabiliter
patet per. 15. diffinitionem quinti et. 19. eiusdem
in genere. expermutata vt dicit Campanus ibidez
et. 30. eiusdem de maioritate et minoritate ꝓporti

onum terminorū quatuor ad inuicez improportionabilium et Campanus ſuper. 15. ſeptimi in numeris et demonſtratiue quod fuit probandum.

Decima proprietas

¶ In qua iterum: quatuor propoſitis terminis proportionalibus: et ſtante proprietate ſexta: concluditur per Coniunctam proportionalitatem ſic ergo ſicut ſe habet primus et tertius ad tertiū. Sic ſe habebit ſecundus et quartus ad quartum. Cuius exemplum ponatur tale ſcz in quo primus terminus minor ſit tertio et in proportione Subtripla ſubſuppartiente quatuor ſeptimas ad ipſum. Vt ſiquis dixerit empte ſunt. 14. res $\frac{3}{4}$ et $\frac{1}{2}$ vnius quarte pro 40. dragmis $\frac{1}{3}$ vnius dragme et $\frac{1}{4}$ vnius ſexte. 53. igitur res et $\frac{1}{8}$ vnius quot valebunt dragmas In quo exemplo ſicut et in prioribus quatuor proportionales ponuntur termini. Quorum primus habet ſe ad ſecundum ſicut tertius ad quartum. ergo per cōuerſam proportionalitatem. ſicut ſe habet ſecūdus ad primum Sic quartus ad tertium quia vtrobiq; eſt proportio dupla ſuperpartiens quinq; ſeptimas Ergo permutatim ſicut ſe habet primus ad tertiū ſic ſe habet ſecundus ad quartum et econtra per cōuerſam proportionalitatem Sicut ſe habet tertius ad primum Sic quartus ad ſecundum quia ex vtraq; eſt proportio tripla Superpartiens / quatuor ſeptimas Concluditur ergo hic per coniunctam proportionalitatē. q; ſicut ſe habet primus et tertius 14. ſcilicet $\frac{3}{4}$ et $\frac{1}{2}$ vnius quarte et. 53 $\frac{1}{8}$. pariter accepti ſcilicet. 68. ad tertium ſcz. 53 $\frac{1}{8}$. Ita ſe habere debz

ſecundus et quartus pariter accepti ad quartum: Sed quia quartus ignotus eſt Quare inueniat̃ numerus qui cum ſecundo additus fuerit faciat aggregatum. quod ſe habeat ad ipſum numerum inuentum ſicut ſe habet primus et tertius pariter accepti ad tertium Sed quia ex Regula ſuperius data patet q̃ talis numerus ſit. 144 $\frac{1}{5}\frac{1}{6}$ quia ſi ſecundo ſcilicet. 40 $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{4}$ vnius ſexte additus fuerit facit aggregatum. 184 $\frac{4}{7}$ quod ſe habet ad. 144 $\frac{1}{5}\frac{1}{6}$. quartum ſcilicet Sicut ſe habent primus et terti⁹ pariter accepti. 68. ſcz ad. 53 $\frac{1}{8}$. tertiũ ſcilicz Quia vtrobiq; eſt proportio Superpartiẽs ſeptẽ viceſimas quintas vt patet practicanti Cuius demonſtratio ſufficienter elicitur ex nona et decima ſeptimi. vbi dicit Euclides Si fuerint quatuor numeri quorũ prim⁹ ſecundi tota pars vel partes. quota vel quote terti⁹ quarti Erit permutatim tota pars aut partes primus tertij quota pars aut partes ſecundus quarti Ex quo primo ſequitur coniunctim Sicut ſe habz primus et ſecundus pariter accepti ad ſecundũ Sic tertius et quartus pariter accepti ad quartum Et ſecundo Sicut ſe habent primus et tertius pariter accepti ad tertium Jta ſecũdus et quartus pariter accepti ſe habebunt ad quartum quod fuit propoſitum Et tantum de decima proprietate.

Undecima proprietas.

¶ Jn qua per immediate precedentem Diſiuncti ꝓcluditur Quia ſtante precedente ſcilicet q̃ ſicut ſe habet primus et tercius pariter accepti ad tertium. vt ita ſe habeãt ſecundus ⁊ quartus pariter accepti

ad quartum Sequitur ergo disiunctim Sicut se habet primꝰ ad tertiū Sic secūdus se habet ad quartū Vt ponatur exemplum in quocūqꝫ genere proportionum fuerit vbi primus tamē maior sit tertio Vt cum quis dixerit Empte sunt. 64. res et $\frac{2}{3}$. vnius pro 96. dragmis $\frac{2}{9}$ et $\frac{1}{4}$ vnius none. 12. igitur res $\frac{3}{4}$ et $\frac{3}{5}$ vnius octaue et $\frac{1}{3}$ vnius quinte de vna octaua quot valebit dragmas. In quo exemplo sicut et in prioribus quatuor proportionales supponuntur termini. Quorum primus et tertius pariter accepti. habent se in eadem proportione ad tertiū. Sicut se habere debēt secundus et quartus pariter accepti ad quartū et ignotum per coniunctam ꝓportionalitatem et premissam proprietatez Ergo ecō uerso per disiunctam proportionalitatem Sicut se habet primus ad tertium scz. 64 $\frac{2}{3}$. ad 12 $\frac{3}{4}$. et $\frac{3}{5}$ vnius octaue et $\frac{1}{3}$ vnius quinte de vna octaua. Sic se habere debet ꝛ in eadē ꝓportione scōꝰ scz 96 $\frac{2}{9}$. et $\frac{1}{4}$. vniꝰ none ad tertium ignotum Quare iuxta preceptionē superiꝰ datazQuidā inueniat nūerꝰ qui cū secūdo additꝰ fuerit vt aggregatū se habeat. ad quartū scilicz et ipm inuentū. sicut se habet primus ꝛ tertius ad tertium Patet autem ꝙ talis numerus sit 19 $\frac{1}{4}$. qui cum secundo scilicet. 9 z. $\frac{2}{3}$ et $\frac{1}{4}$ vnius none additus fuerit facit aggregatuz. 115 $\frac{1}{2}$ quod se habet in eadem proportione ad quartum scz. 19 $\frac{1}{4}$. in qua proportione se habet aggregatū ex primo et tertio scilicet. 77 $\frac{1}{2}$ ad tertium scilicet. 12 $\frac{3}{4}$ et $\frac{3}{5}$ vnius octaue et $\frac{1}{3}$ vnius quinti de vna octaua Quia vtrobiqꝫ est propotio sextupla. ergo per disiunctam proportionalitatem. Sicut se habet primꝰ ad tertium Sic scōus se habet ad quartuz qꝛ ex vtraqꝫ parte est ꝓportio quītupla. qō supius sufficiēter ostēsuz est.

Duodecima ꝓprietas.

¶ Que vt precedens ex superioribus sequitur Sicut enim per precedentem primus se habet ad tertium et secundus ad quartum. Sic per decimam et coniunctam proportionalitatem. primus et tertius ad tertium. et secundus ⁊ quartus ad quartum Sequitur ergo per illam duodecimam proprietatem ⁊ euersam proportiõalitatẽ q; sicut se habet primus et tertius piter accepti ad primũ Sic scõs ⁊ q̃rtus piter accepti se habẽt ad scõm Pro cuius ampliori declaratõe in quacũq; ꝓportiõe fuerit. ponat exẽm. vbi tñ primus minor sit tertio ad hanc formã. 14. res $\frac{4}{5}$. vnius rei et $\frac{3}{4}$ duarum tertiarum ⁊ $\frac{3}{5}$ sex septimarũ de duabus tertijs vnius rei empte sunt pro. 36. dragmis $\frac{1}{2}$ vnius dragme et $\frac{3}{4}$ vnius secunde et $\frac{2}{3}$ vnius quarte de vna secunda et $\frac{4}{5}$. vnius tertie vnius quarte de $\frac{1}{2}$ minus $\frac{3}{4}$ et $\frac{1}{4}$ vnius sexte. 64. igitur res. $\frac{5}{7}$ et $\frac{4}{5}$ trium septimarum ⁊ $\frac{3}{4}$ quatuor quintarum de tribus septimis. et $\frac{1}{2}$ vnius quarte quatuor quintarum de tribus septimis et $\frac{3}{7}$ minus $\frac{1}{2}$ vnius quarte vnius scilicet rei. In quo iterum exemplo pariformiter vt superius in alijs factum est. quatuor ponũtur termini proportionales Quorum primus habet se ad secundum et tertius ad quartum et econtra sicut primus se habet ad tertium et secundus ad quartũ permutatim Ergo concludendo sicut se habet primus et secundus pariter accepti ad secundum et tertius cum quarto pariter accepti ad quartum Sic q̃; primus et tertius pariter accepti se habent ad tertium et secundus et quartus pariter accepti ad quartum. per coniunctam ꝓportionalitatem Ergo illis stantibus per Euersam proportionalitatem. Sicut se

habet primus ꝛ tertius. 15. scilicet. $\frac{4}{5}$. et. 65 $\frac{1}{2}$. pariter accepti scilicet. 81 $\frac{3}{10}$. ad primum scilicet. 15 $\frac{4}{5}$. quodlibet tñ prius vt hic ad idez genus siue denominationis reducendo Sic secundus scilicet. 36. $\frac{1}{5}$ et quartus ignotus pariter accepti se habere debent ad quartuum Ergo ꝑm Regulam superius datam vbi scilicet primꝰ minor est tertio Quidam inuenia tur numerus qui secundo additus faciat aggregatum quod se habeat ad secundum. Sicut se habet primus et tertius ad primum. Patet autem ꝙ talis numerus est. 150 $\frac{1}{15}$ $\frac{1}{8}$. qui cum secundo scilicet 36 $\frac{1}{5}$ fuerit additꝰ facit aggregatum. 186 $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{0}$ quod prioribus stantibus se habet ad secundum scilicet. 36 $\frac{1}{5}$ sicut se habet aggregatum ex primo ꝛ tertio scz 81. $\frac{3}{10}$ ad primum scz 14 $\frac{4}{5}$. per euersam ꝓportionalitatem Quia vtrobiqꝫ est proportio quintupla superpartiens vigintitres centesimas quīquagesimas octauas quia autem illa duodecima et vltima proprietas. cum duabus precedentibus. ex prioribus sequitur. quare ex eisdem vna cum duabus iam dictis probabiliter demōstratur vt clare patet practicanti. Et tantum de isto quātum ad propositum sufficit que omnia cum reliquis propōsito deseruientibus superhabunder et luce clarius in libris elementorū Euclidis repies quare ad illos recurre.

BRADWARDINE, THOMAS. Tractatus Proportionum. c. 1495.

Hain Supplement, 351.

Printed with gothic types, in quarto form, 33 lines to a page. It has 18 leaves, the last blank. The size of a leaf is 205 × 150 mm., and the text measures 145 × 88 mm. Bound in modern vellum.

THOMAS BRADWARDINE (Bragwardin, Bredwardyn, or Bradwardyn), Archbishop of Canterbury in 1349, was a distinguished theologian and also one of the earliest English mathematicians. Born about 1290, probably at Chichester, he received his education at Oxford, becoming later a proctor of the University. His great work *De Causa Dei,* in which he confuted the Pelagian idea that men by their works deserved divine grace, and taught instead the doctrine of gratuitous grace, earned for him the title of "Doctor Profundus." He was equally uncompromising on the question of free will, which at the time caused "great altercacioun," re-echoed by Chaucer even a half-century later. In his *Nun's Priest's Tale* the poet disclaimed any ability to decide the problem

As can the holy doctour Augustyn,
Or Boëce, or the bishop Bradwardyn.

Through the friendship of Richard of Bury, Bishop of Durham, in 1337 Bradwardine obtained the Chancellorship of St. Paul's Cathedral. Soon afterwards, upon the recommendation of Archbishop Stratford, another of his patrons, Edward III appointed him his chaplain and confessor. In 1338 he accompanied the King to Flanders and the Rhineland, and after the battles of Crécy and Neville's Cross served as one of the peace commissioners. Ten years later, upon Stratford's death, the chapter of Canterbury elected him to the vacant see: the King, however, in order to vindicate his right of nomination, appointed the aged John of Ufford. After the latter died, Bradwardine was made Archbishop, this time according to the rules. He journeyed to Avignon for his consecration by Pope Clement VI, which took place on July 19, 1349. A month later, on his return trip, he landed at Dover. The Black Death was by then raging all over England. Three days after his arrival, the new Archbishop fell sick in his lodging at Lambeth Palace and within a few days he was dead.

The *Treatise on Proportions* is based upon the fifth and seventh books of Euclid, which Bradwardine must have studied in the Latin translation of Campanus, the thirteenth-century Italian mathematician. The fifth book of Euclid treats the theory of proportions with reference to magnitudes in general, and the seventh book with reference to the particular case of numbers. Following the ancients, Bradwardine discusses the meaning of ratio and proportion; ratio is "a relation of two terms to each other," and proportion is "the bringing together of two or more relations" or "a similarity of ratios." There are various kinds of ratios, such as multiple, superparticular, superpartient; and there are also various kinds of proportions, such as rational and irrational, continuous and separated. Bradwardine's tract is a mere summary of this extremely complicated science, treating only twelve of the innumerable propositions of Euclid. It is mainly interesting as showing the state of mathematical and geometrical knowledge in England in the fourteenth century. One must remember, however, that one of the earliest exponents of Euclid in Western Europe was the Englishman Athelhard, who in the early twelfth century made a translation of the *Elements* from the Arabic into Latin.

Besides the *Tractatus Proportionum,* Bradwardine was the author of the *Arithmetica Speculativa, Geometrica Speculativa,* and the *Quadratura Circuli.* All these works long enjoyed high esteem and were printed many times in the fifteenth and the first half of the sixteenth century.

Bought in August 1936, from the Bowditch Fund.